

Equivalente Externo para Redes de Distribuição Radiais de Energia Elétrica

M. G. Silva, *Membro do IEEE*, R. B. Prada, A. B. Rodrigues e A. Coelho

Resumo-- Este artigo apresenta um método para o cálculo de Equivalentes Externos para Redes de Distribuição (EERD) de energia elétrica. O modelo proposto neste trabalho foi desenvolvido com o objetivo de reduzir os custos computacionais para diversas análises em redes de distribuição, tais como: reconfiguração de redes de distribuição, alocação ótima de bancos de capacitores, alocação de geradores distribuídos, etc.. Nestes problemas exige-se a avaliação de um grande número de alternativas de projetos para se identificar a solução ótima. No contexto destes problemas, é importante que o EERD retenha as barras de cargas do sistema externo, mas, ao mesmo tempo sem aumentos significativos na dimensão do circuito equivalente. O método proposto foi testado e validado em um sistema da Companhia Energética do Maranhão (CEMAR).

Palavras-Chaves--equivalente externo, rede de distribuição, reconfiguração de redes.

I. INTRODUÇÃO

OS sistemas de distribuição primários são projetados com o objetivo de transportar energia elétrica de subestações de subtransmissão até os transformadores onde estão conectados os consumidores. Geralmente, estes sistemas são operados radialmente e são concentrados em uma pequena área geográfica. Entretanto, estes sistemas podem apresentar um número elevado de componentes com relação aos sistemas compostos de geração e transmissão. Por exemplo, o sistema de distribuição associado a uma subestação da CEMAR, denominada Renascença, possui aproximadamente 3924 barras, enquanto o sistema interligado nacional de transmissão tem 3538 barras. Assim, a rede alimentada pela subestação do Renascença tem aproximadamente a mesma dimensão do sistema interligado nacional com relação ao número de nós.

A dimensão elevada dos sistemas de distribuição é causada pelo grande número de seções e ramificações necessárias para rotear os alimentadores através de vias públicas. Desta forma a trajetória dos ramais, entre o tronco principal do alimentador e um ponto de carga, geralmente não

corresponde a menor distância entre dois pontos. Deve ser mencionado que a subestação Renascença não é exceção, e que a CEMAR tem diversas outras subestações, com o mesmo porte, na sua área de serviço. Estas características aumentam os custos computacionais de métodos baseados em técnicas matriciais devido a dimensão elevada das matrizes usadas para representar a rede de distribuição. Neste ponto deve ser observado que estes custos permanecem elevados mesmo com a aplicação de técnicas de operação de matrizes esparsas. Além disso, deve-se notar que a aplicação destas técnicas em sistemas de distribuição encontraria outras dificuldades tais como: ramos com impedâncias nulas (chaves e dispositivos de proteção) e razão r/x elevada. Estas características motivaram o desenvolvimento de técnicas de análise de redes (fluxo de potência e curto-circuito) específicas para redes de distribuição, tais como os métodos de soma de corrente, de potência e de impedância [1-5].

Estas técnicas permitem realizar estudos em redes de distribuição de grande porte com custos computacionais relativamente baixos devido à exploração da radialidade dos sistemas de distribuição. Entretanto, existem aplicações no planejamento de redes de distribuição que exigem a análise de dezenas de milhares de configurações candidatas para identificar uma solução ótima [6]. Geralmente, estas aplicações envolvem a aplicação de técnicas de otimização heurísticas e são utilizadas para resolver os seguintes problemas: reconfiguração, alocação de bancos de capacitores, maximização da confiabilidade, etc. Nestes problemas, o custo computacional para obtenção de uma solução tem importância fundamental, pois o planejamento de sistemas de distribuição é um processo iterativo, onde diversos projetos devem ser avaliados para identificar aquele que obtém a melhor relação custo/benefício [7-9].

Uma alternativa para contornar esta dificuldade é utilizar equivalentes externos para reduzir o tamanho da rede e diminuir os custos computacionais. É importante que estes equivalentes tenham uma precisão razoável para estimar perdas elétricas e quedas de tensão nos pontos de carga. Embora os equivalentes externos tenham sido bastante estudados no âmbito de geração e transmissão, sua aplicação em redes de distribuição ainda é bastante restrita [10-16]. Os métodos de cálculos de equivalentes externos desenvolvidos para sistemas de transmissão não podem ser diretamente aplicados às redes de distribuição. Por exemplo, o equivalente de Ward não-linear [15] resultaria em apenas injeções de potência constantes para o circuito equivalente devido à

Esta pesquisa foi parcialmente financiada pela Companhia Energética do Maranhão (CEMAR), FAPEMA (Fundação de Amparo à Pesquisa e ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico do Estado do Maranhão), ELETRONORTE (Centrais Elétricas do Norte do Brasil S.A) e CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

A. Coelho, A. B. Rodrigues, and R. B. Prada são do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio, Rio de Janeiro-RJ (e-mail: agnelo@ele.puc-rio.br; schaum.nyquist@gmail.com.br; prada@ele.puc-rio.br).

M. G. Silva é do Departamento de Engenharia Elétrica da UFMA, São Luís-MA (e-mail: guis@dee.ufma.br).

radialidade da rede (a admitância de Norton é nula). Além disso, a eliminação de nós através da redução de Kron, que precisa apenas dos dados de entrada da rede, gera novas conexões entre nós da rede (“fill-in elements”) que violam a radialidade da rede elétrica. Por outro lado, o equivalente REI (Radial Equivalent Independent) [11-13] se baseia na hipótese de que o circuito equivalente tem perdas nulas. Desta forma, pode-se concluir que os dois modelos acima citados não são adequados para modelar variações nas perdas causadas pela reconfiguração ou adição de bancos de capacitores. Finalmente, deve ser notado que é também importante em estudos de distribuição avaliar as quedas de tensão nos pontos de carga. Novamente, a técnica de retenção de barras, usada em sistemas de transmissão, não pode ser diretamente aplicada às redes de distribuição. Esta restrição deve-se à perda de radialidade causada pela geração de ramos fictícios entre os pontos de carga na derivação do circuito equivalente.

Neste trabalho será desenvolvido um modelo de EERD que permitirá realizar estudos que envolvem otimização. Este modelo será baseado no princípio da malha REI, mas com algumas modificações para a aplicação em redes de distribuição..

II. FLUXO DE CARGA

Para o cálculo do ponto de operação, incluindo tensões nas barras, carregamento nos alimentadores e perdas elétricas, o Método de Soma de Correntes foi implementado como apresentado na referência [1], onde as formulações são baseadas nas leis de Kirchhoff. Este método tem excelente característica de convergência para redes de distribuição radiais. O método de Soma de Correntes é específico para redes radiais e se baseia na Varredura Progressiva-Regressiva (“Backward-Forward Sweep”), onde a enumeração de barras e ramos é extremamente importante e influencia a eficiência global do método. Neste método as tensões nodais e as correntes, em cada iteração, nos ramos são calculadas de acordo com as seguintes expressões:

i) Varredura Regressiva (“Backward Sweep”)

$$I_i^{(k)} = \left(\frac{S_i}{E_i^{(k)}} \right)^* - Y_i^{sh} E_i^{(k)} \quad i = 1, \dots, NB \quad (1)$$

$$I_{ij}^{(k)} = I_j^{(k)} + \sum_{m \in F_j} I_{jm}^{(k)} \quad (2)$$

i) Varredura Progressiva (“Forward Sweep”)

$$E_j^{(k)} = E_i^{(k)} - Z_{ij} I_{ij}^{(k)} \quad (3)$$

onde:

o sobrescrito (k) associa uma variável com a iteração k , por exemplo $I_i^{(k)}$ é a corrente nas barras i para a iteração k ;

$I_{ij}^{(k)}$ é a corrente no ramo $i-j$.

F_j é o conjunto de barras alimentadas pela barra j .

S_i é a potência complexa na barra i .

$E_i^{(k)}$ é tensão complexa na barra i .

Z_{ij} é impedância correspondente ao ramo $i-j$.

Y_i^{sh} é a admitância do elemento shunt conectado à barra i .

III. EQUIVALENTE REI

O equivalente REI é uma técnica utilizada para agregar geradores que possuem um comportamento coerente com relação a aspectos dinâmicos, tais como o ângulo da tensão gerada. Neste equivalente, os geradores são representados por uma injeção de potência equivalente, cujo valor é igual a soma da potência de saída dos geradores, conectada à rede original através de um circuito com perdas de potência ativa e reativa nulas. A Fig. 1 e a Fig. 2 mostram a aplicação do equivalente para agregar os geradores conectados nas barras 3, 4 e 5. Devido à condição de perda nula e a conexão estrela do circuito equivalente, as injeções de potência complexa (S_R) e de corrente na barra R (I_R) são dadas por:

$$S_R = S_3 + S_4 + S_5 \quad (4)$$

$$I_R = I_1 + I_2 + I_3 \quad (5)$$

onde:

$I_i = S_i^* / V_i^*$, para $i \in \{3, 4, 5, R\}$, é a corrente injetada na barra i de conexão da malha REI;

S_i^* , para $i \in \{3, 4, 5, R\}$, é o conjugado da potência aparente injetada na barra i .

A tensão V_R na barra R da malha REI é dada por:

$$V_R = \frac{S_R}{I_R^*} \quad (6)$$

Se a tensão da barra G (V_G) for arbitrada nula, então as admitâncias dos ramos da configuração estrela, apresentada na Fig. 3 serão calculadas da seguinte forma:

$$Y_i = -\frac{I_i}{V_i} = -\frac{S_i^*}{|V_i|^2}, \text{ para } i \in \{3, 4, 5, R\} \quad (7)$$

Um circuito equivalente generalizado, análogo ao circuito da Fig. 2, para um sistema com uma rede externa composta por N geradores é apresentado na Fig. 3. As admitâncias do circuito equivalente da Fig. 3 são dadas por:

$$Y_i = -\frac{I_i}{V_i} = -\frac{S_i^*}{|V_i|^2}, \text{ para } i \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (8)$$

As injeções I_R e S_R no circuito da Fig. 3 são dadas por:

$$I_R = \sum_{i=1}^N I_i = I_1 + I_2 + \dots + I_N \quad (9)$$

$$S_R = \sum_{i=1}^N S_i = S_1 + S_2 + \dots + S_N \quad (10)$$

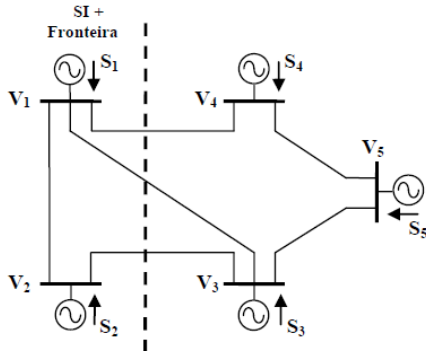


Fig. 1. Exemplo de um sistema de potência e sua fronteira entre as áreas interna e externa

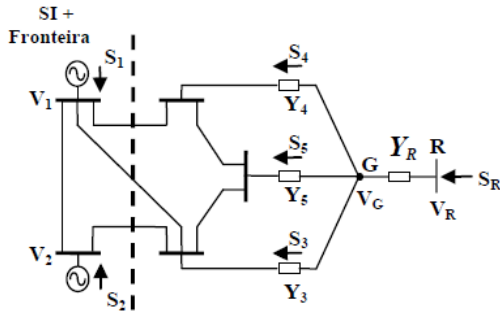


Fig. 2. Agregação dos geradores da área externa nas barras de conexão

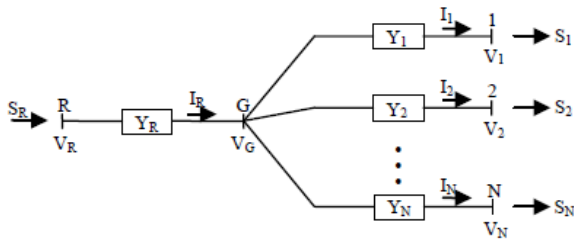


Fig. 3. Circuito generalizado do equivalente REI

Caso a tensão da barra G tenha um valor arbitrado diferente de zero, então essas admitâncias serão calculadas por (11) e (12).

$$Y_i = -\frac{I_i}{V_G - V_i} = -\frac{S_i^*}{V_i^* V_G - |V_i|^2} \quad (11)$$

$$Y_R = \frac{I_R}{V_R - V_G} = \frac{S_R^*}{|V_R|^2 - V_R^* V_G} \quad (12)$$

As admitâncias da malha REI são funções do ponto de operação da rede original e da escolha de V_G . Conseqüentemente, as admitâncias da rede equivalente, obtidas pela redução da matriz de admitância do sistema externo acoplado à malha REI, são afetadas pelo ponto de operação e pela escolha de V_G . Outro parâmetro importante no equivalente REI é a tensão da barra R, que é uma média ponderada das N tensões internas dos geradores do sistema a ser reduzido. Finalmente, após a agregação dos geradores através do equivalente REI, pode-se eliminar os nós da rede externa através da técnica de Redução de Kron.

IV. EQUIVALENTE PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO RADIAS

Esta seção apresenta um método para cálculo de equivalentes de redes de distribuição de energia elétrica. O EERD se baseia no princípio do circuito do equivalente REI. Entretanto, foram realizadas modificações na malha do equivalente REI para que este equivalente pudesse ser utilizado em redes de distribuição. Primeiro, um valor diferente de zero é selecionado para a tensão no ponto fictício da malha REI. Este procedimento elimina impedância negativa na malha REI e inclui as perdas elétricas da área reduzida no circuito equivalente. Segundo, a potência especificada usada no equivalente foi modificada para incluir um modelo de carga generalizado, ou seja, um modelo com: corrente, potência e impedância constantes. A redução de uma rede de distribuição através da aplicação do método EERD é mostrado nas Figuras 4 e 5. Analisando-se estas figuras observa-se que:

- a fronteira está associada com o nó R do tronco principal.
- os sentidos das correntes têm direção oposta ao equivalente REI original.
- no EERD o nó R não está associado com uma barra fictícia, ou seja, o nó R está associado com o ponto de conexão de uma lateral ao alimentador principal.

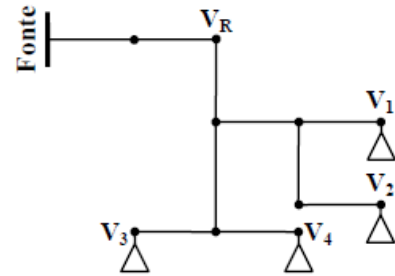


Fig. 4. Exemplo de uma rede de distribuição

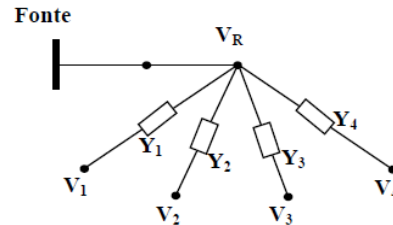


Fig. 5. Redução da rede através do EERD

Finalmente, pode-se concluir que a principal diferença entre o circuito do EERD e o do equivalente REI, é que no EERD a tensão no nó G foi considerada como sendo igual a tensão no nó R. Desta forma, a admitância Y_R é nula e as perdas no circuito equivalente tornam-se iguais as perdas elétricas na rede original que será reduzida.

Neste artigo, o EERD é aplicado ao problema de reconfiguração. Neste problema, a região de interesse (Rede Interna - RI) de um alimentador de distribuição é formada pelos caminhos entre os terminais das chaves normalmente abertas (NA) e a subestação. Isto quer dizer que todas as chaves usadas na reconfiguração da rede são localizadas nesta área. Conseqüentemente, todos os componentes que não pertencem ao alimentador principal podem ser representados por uma rede equivalente (Rede Externa - RE). Entretanto,

outras fronteiras e redes externas podem ser definidas para outros estudos.

O algoritmo proposto para o cálculo do EERD pode ser descrito através dos passos seguintes.

Passo 1: Executar um fluxo de potência para o caso-base, isto é, com a rede de distribuição original.

Passo 2: Identificar as três subdivisões da rede de distribuição: RI, fronteira e RE. Inicialmente identifica-se o RI. No problema de reconfiguração, a RI é formada por todos os componentes entre os terminais de cada chave NA e os nós fonte (barramento da subestação). Estes componentes podem ser identificados através de buscas à montante dos terminais de cada chave NA. Este processo pode ser visualizado conforme a Fig. 6. Nesta figura, a RI é composta por todos os nós que estão localizados dentro da área associada com os retângulos cinza.

Após a identificação da RI, identifica-se as fronteiras da rede de distribuição. A fronteira compreende todos os nós da RI associados com os componentes que tem apenas um terminal pertencente a RI. Na Fig. 6, as barras de fronteira são identificadas através de círculos amarelos. A partir, da Fig. 6, pode-se observar que a fronteira é um subconjunto da RI.

Realizada a identificação da fronteira, a RE é representada pelos pontos de carga à jusante das barras de fronteira. Este procedimento pode ser realizado através de uma busca à jusante a partir de cada barra da fronteira, que permite identificar todo ponto de carga que está localizado nos ramais laterais. A RE da rede original pode ser vista na Fig. 7. Nesta figura, a RE é formada por todos os nós dentro dos retângulos cinza.

Passo 3: Calcular os parâmetros elétricos do EERD. Este cálculo pode ser realizado através das equações deduzidas a partir da uma malha REI apresentada na Fig. 8. Nesta figura são mostrados, em detalhes, os parâmetros do equivalente REI conectado na barra 7 da Fig. 7.

A corrente de carga I_i em cada barra de carga i da Fig. 8 é determinada por (13).

$$I_i = \frac{S_i^*}{V_i^*} \quad \text{para } i \in \{19, 20, 21\} \quad (13)$$

onde:

V_i são as tensões calculadas do caso base (fluxo executado no passo 1) para a barra de fronteira e no ponto de carga i , respectivamente;

S_i^* é a potência aparente de um ponto de carga i . A potência especificada usada no equivalente foi modificada para incluir um modelo de carga generalizado, isto é: com potência, corrente e impedâncias constantes. Desta forma, a equação da potência especificada é dada conforme em (14) [10].

$$S_i^{esp} = P_i^{esp} + jQ_i^{esp} \quad (14)$$

onde,

$$P_i^{esp} = (a + bV_i + cV_i^2)P_i^{nom} \quad (15)$$

$$Q_i^{esp} = (a + bV_i + cV_i^2)Q_i^{nom} \quad (16)$$

Os valores a , b e c são coeficientes que indicam a porcentagem de cada modelo de carga: potência, corrente e impedância constante, respectivamente. A soma destas constantes deve ser igual à unidade.

As admitâncias dos ramos da Fig. 8 podem ser calculadas por (17).

$$Y_i = \frac{I_i}{V_F - V_i} \quad (17)$$

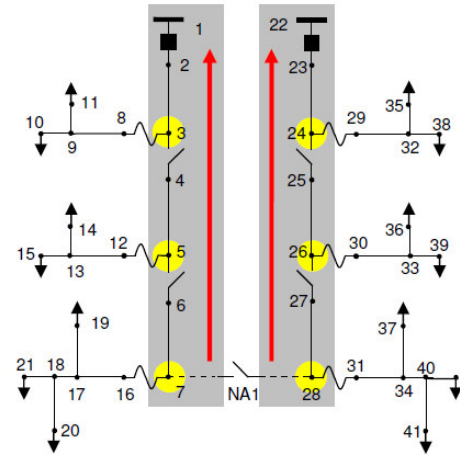


Fig. 6. Identificação da rede interna (RI)

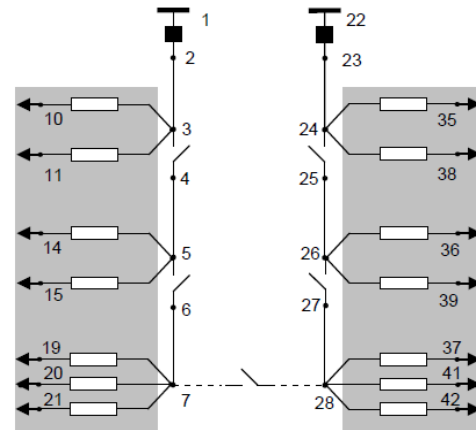


Fig. 7. Identificação da Rede Externa (RE)

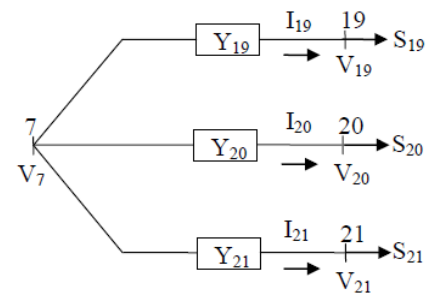


Fig. 8. Malha do EERD

Finalmente, deve-se enfatizar que a denominação equivalente externo é coerente com a proposta do artigo, pois os componentes da rede externa são vistos como circuitos equivalentes (malha do EERD mostrada na Fig. 8) após a redução da rede.

V. TESTES DE VALIDAÇÃO

A. Características do Sistema Teste

O algoritmo proposto foi testado em um sistema constituído por oito alimentadores da rede de distribuição da CEMAR. Estes alimentadores pertencem à subestação Renascença. Este sistema será chamado de RNC-CEMAR daqui por diante. As principais características do sistema RNC-CEMAR são apresentadas na Tabela I. Além disso, o diagrama unifilar em coordenada georeferenciadas do sistema RNC-CEMAR é mostrado na Figura 9. Nesta figura, segmentos de reta com a mesma cor estão associados com um mesmo alimentador.

TABLE I
CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA RNC-CEMAR

Nº de Consumidores	25654
Pico de Carga	51669,7 kW
Nº de Chaves NA	7
Nº de Pontos de Carga	657
Nº de Componentes	3928
Comprimento Total	93,76 km

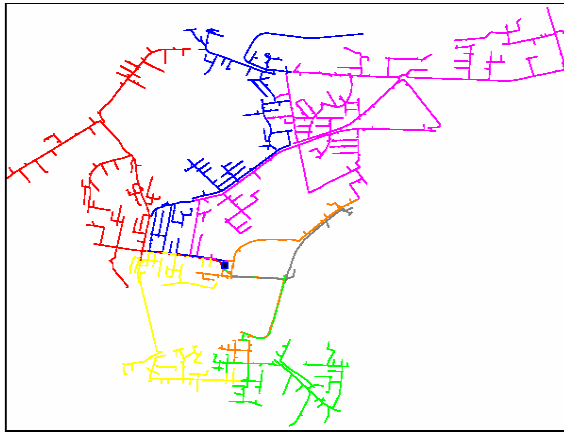


Fig. 9. Diagrama unifilar do sistema RNC-CEMAR.

B. Comparação com os resultados do Fluxo de Carga

Os valores obtidos através da solução de um problema de fluxo de carga com a rede reduzida e com a rede original são comparados na Tabela II. Observam-se valores de perdas elétricas, tensão mínima e carregamento para o sistema RNC-CEMAR. Nota-se que os valores obtidos para a rede reduzida são idênticos aos valores calculados para a rede original. Em outras palavras, o erro calculado das perdas elétricas, tensão mínima e o carregamento máximo entre as duas redes em estudo foi nulo. Isto ocorre porque o algoritmo agrupou os ramos em série de cada ramal lateral, onde eram conhecidas as tensões nas extremidades.

O desempenho do método proposto foi realizado comparando-se o tempo computacional para as duas redes em estudo. Na Tabela III, observa-se que o tempo computacional ficou reduzido com o uso do EERD para a execução de um fluxo de carga do sistema RNC-CEMAR. Esta redução foi de 54,545%. O EERD reduziu a dimensão da rede original em aproximadamente três vezes, ou seja, a rede equivalente ficou com 1379 componentes. A visualização desta redução é

apresentada na Figura 10. Desta forma, o tempo computacional exigido para realizar uma análise de fluxo de carga é menor.

TABELA II
RESULTADOS DAS PERDAS ELÉTRICAS PARA REDE ORIGINAL E REDUZIDA

Caso de Estudo	Perdas Elétricas (kW)	Tensão Mínima (p.u.)	Carregamento Max. (A)
Rede Original	1911,6	0,86403	2068,1
EERD	1911,6	0,86403	2068,1

TABELA III
TEMPO COMPUTACIONAL PARA SIMULAR UM FLUXO DE CARGA PARA AS DUAS REDES

Caso - Estudo	Tempo Computacional (s)
Rede Original	0,11
EERD	0,05

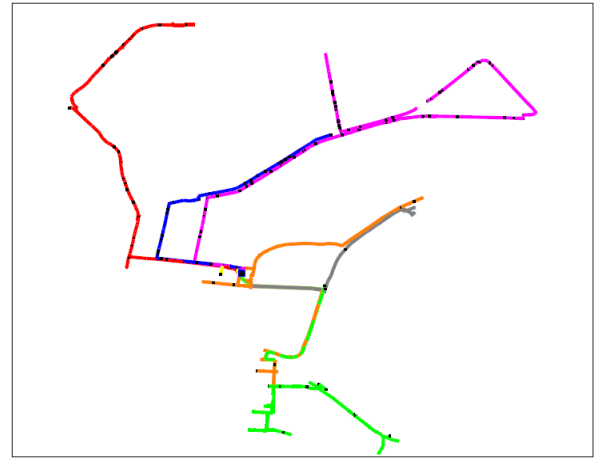


Fig. 10. Diagrama unifilar da rede reduzida (equivalente)

C. Uso do Equivalente no Processo de Reconfiguração

A validação do equivalente proposto foi realizada através do processo de reconfiguração. Novas configurações foram geradas a partir da rede original e da rede reduzida. As perdas elétricas e as tensões nos pontos de carga foram comparadas para cada uma das configurações geradas.

Geram-se novas configurações (vizinhos) da rede elétrica através da abertura e do fechamento de chaves seccionadoras. Identificam-se inicialmente todas as chaves NA da rede de distribuição. Em seguida, as chaves NF, pertencentes aos caminhos entre os terminais de cada chave NA e a barra da subestação, são também identificadas. Desta forma, cada vizinho gerado corresponderá ao par formado por uma chave NA e por uma chave NF pertencentes aos caminhos entre os terminais da chave NA e a barra da subestação.

O processo de reconfiguração de redes de distribuição exige uma modificação da estrutura de dados usada pelo algoritmo de fluxo de potência. Esta consiste basicamente em gerar os pais e filhos dos componentes para a nova configuração do sistema. Entretanto, este procedimento tem um alto custo computacional. Este pode ser reduzido observando-se que, apenas as informações pai / filho dos componentes entre a

chave NA e a chave NF à jusante da falta, serão modificadas [6]. Devido a isto, foi desenvolvido um algoritmo de atualização das estruturas de dados que permite modificar a rede de distribuição original, sem que a estrutura de dados seja reconstruída por completo. Desta forma, o custo computacional é reduzido significativamente no problema de reconfiguração de redes, pois não é necessário reconstruir uma nova estrutura de dados para cada nova configuração da rede de distribuição.

Na Fig. 11 apresentam-se os valores de perdas elétricas para os 51 vizinhos gerados a partir da rede original e da rede reduzida. Observa-se que, com o uso do EERD em problemas de reconfiguração de redes, os valores de perdas elétricas permanecem iguais aos valores da rede original. Ou seja, o erro das perdas elétricas associadas com cada vizinho gerado a partir da rede original e reduzida é nulo. Também foi realizada a comparação entre os valores de tensão (nos pontos de carga) dos vizinhos da rede original e reduzida, e observou-se que os valores obtidos com o EERD foram iguais aos com a rede original.

Na Tabela IV apresentam-se os tempos computacionais utilizados para identificação dos vizinhos e da execução de 51 algoritmos de fluxos de carga para reconfiguração na rede original e na rede equivalente. Observa-se uma redução de 48,293%. Desta forma, o modelo desenvolvido para equivalente de redes de distribuição pode reduzir significativamente os tempos computacionais associados aos estudos de planejamento que envolvam otimização. Além disso, o equivalente proposto pode ser utilizado em diversos problemas, tais como restauração e adição de capacitores, sem prejuízo na precisão dos resultados.

TABELA IV

TEMPO COMPUTACIONAL DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO

Caso - Estudo	Tempo Computacional (s)
Rede Original	19,077
EERD	9,864

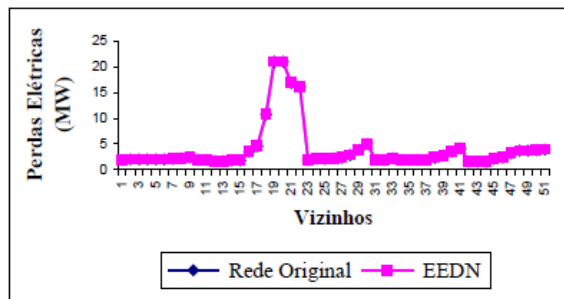


Fig. 11. Valores de perdas elétricas para as redes original e reduzida

VI. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um método para cálculo de equivalentes de rede de distribuição. Também foi realizada uma breve apresentação do problema de reconfiguração de redes de distribuição de energia elétrica.

O método proposto foi validado e testado no sistema RNC-CEMAR. A partir dos testes realizados com o método proposto, vários aspectos importantes foram identificados:

- A essência do equivalente é reduzir o tamanho da rede e os custos computacionais sem deteriorar significativamente a precisão dos resultados em suas aplicações.
- O uso do EERD pode ser uma alternativa para reduzir os custos computacionais associados com problemas que exigem um grande número de soluções do problema de fluxo de carga;
- O EERD mostrou-se um equivalente de redes de distribuição exato;
- Com o uso do EERD foi possível realizar estudos em sistemas de grande porte (redes de distribuição compostas por diversos alimentadores e subestações) com custos computacionais moderados.

É importante enfatizar que não é necessário gerar novos equivalentes quando há mudanças na topologia da rede interna. A geração de novos equivalentes só é necessária quando há mudanças na rede externa.

VII. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, G. X. Luo, "A Compensation-Based Power Flow Method for Weakly Meshed Distribution and Transmission Network", IEEE Trans. Power Systems, Vol.3, pp.753-762, May, 1988.
- [2] M. E. Baran, F. F. Wu, "Network Reconfiguration in Distribution Systems for Loss Reduction and Load Balancing", IEEE Trans. Power Delivery, Vol.4, pp.1401-1407, 1989.
- [3] R. P. Broadwater, A. Chandrasekaram, C. T. Huddleston, A. H. Khan, "Power Flow Analysis of Unbalanced Multiphase Radial Distribution Systems", Electric Power Systems Research, Vol. 14, pp.23-33, 1988.
- [4] M. H. Haque, "A General Load Flow Method for Distribution Systems", Electric Power Systems Research, Vol.54, pp.47-54, 2000.
- [5] Dragoslav Rajcic, Ruben Taleski, "Two Novel Methods for Radial and Weakly Meshed Network Analysis", Electric Power Systems Research, Vol.48, pp.79-87, December, 1998.
- [6] R. E. Brown, Electric Distribution System Reliability, Marcel Dekker, New York, 2002.
- [7] H. Lee Willis, Power Distribution Planning: Reference Book, Marcel Dekker, 2004.
- [8] R. N. Allan, M.G. Da Silva, "Evaluation of reliability indices and outage costs in distribution systems," IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 10, pp. 413 – 419, Feb. 1995.
- [9] M.G. Da Silva, A.B. Rodrigues, C.L.C. de Castro, A.C. Neto, E.A. Moutinho, N.S.A. Neto and A.B. Cavalcante, "An application of predictive reliability analysis techniques in Brazil's northeast distribution networks," International Journal of Electrical Power and Energy Systems, Vol. 29, pp. 155-162, Feb. 2007.
- [10] A. J. Monticelli, Load Flow in Electric Power Networks, São Paulo: Edgard Blücher, 1983, Brazil (in Portuguese).
- [11] E. J. S. Pires de Souza, "Static and Dynamic Equivalents by Parametric Modeling," MSc dissertation, Department of Electrical Engineering, Catholic University of Rio de Janeiro, 1978 (in Portuguese).
- [12] P. Dimo, Nodal Analysis of Power System. Turibrige Wells, Kent, U.K.: Abacus Press, 1975.
- [13] W.F. Tinney and W.L. Powell, "The REI approach to power network equivalents," in Proc. 1977 IEEE PICA Conf., pp. 314-320.
- [14] A. Monticelli, S. Deckmann, A. Garcia, B. Stott, "Real-Time External Equivalents for Static Security Analysis," IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, pp. 498 – 508, March 1979.
- [15] J. B. Ward, "Equivalent circuits for power-flow studies," AIEE Trans., vol. 68, pp. 373-382, 1949.
- [16] A.S. Debs, "Estimation of external network equivalents from internal system data," IEEE Trans. Power Apparatus and Systems., vol. PAS-93, pp. 272-279, March/April 1975.